

Λογικά Κυκλώματα 11

11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Οι πολύπλοκες λειτουργίες που υλοποιούν τα **κυκλώματα του υπολογιστή** τελικά δεν είναι παρά **συνδυασμοί λογικών πράξεων**. Έτσι και τα κυκλώματα που χρησιμοποιούνται για να υλοποιηθούν αυτές οι πολύπλοκες λειτουργίες δεν είναι παρά **συνδυασμοί λογικών πυλών**. Μια μεγάλη κατηγορία τέτοιων κυκλωμάτων, τα **συνδυαστικά κυκλώματα**



11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Έχουν τα εξής χαρακτηριστικά:

- υπάρχει ένας αριθμός εισόδων, έστω n και ένας αριθμός εξόδων, έστω m .
- η έξοδός τους σε κάθε χρονική στιγμή, εξαρτάται μόνο από τις τιμές τάσης στις εισόδους τους, την ίδια χρονική στιγμή.
- όταν ένα συνδυαστικό κύκλωμα έχει n εισόδους και m εξόδους, τότε για κάθε έναν από τους 2^n δυνατούς συνδυασμούς εισόδων υπάρχει ένας και μόνον ένας δυνατός συνδυασμός εξόδων.
- δεν χρησιμοποιούν κανενός είδους «μνήμη». Σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή, παλιότερες τιμές εισόδων, δεν έχουν καμία απολύτως επίδραση.
- μεταξύ εισόδων και εξόδων υπάρχει ένα σύνολο λογικών πυλών που είναι κατάλληλα συνδεδεμένες μεταξύ τους. Οι πύλες μπορεί να είναι οποιουδήποτε τύπου αλλά αποδεικνύεται ότι είναι δυνατή η υλοποίηση με μόνο NAND και NOR. Γι' αυτό αυτές οι πύλες λέγονται και «οικουμενικές» (universal) πύλες και οδηγούν σε απλούστερα κυκλώματα.

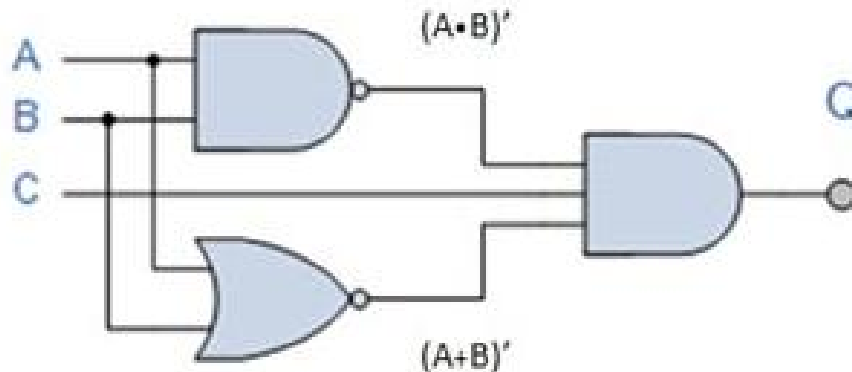


11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Η λειτουργία ενός συνδυαστικού κυκλώματος μπορεί να περιγραφεί με τρεις τρόπους

1ος τρόπος: σχηματική αναπαράσταση όπου απεικονίζονται οι πύλες με τα σύμβολά τους, οι διασυνδέσεις μεταξύ τους και φυσικά οι είσοδοι και οι έξοδοι.

π.χ.:



11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Η λειτουργία ενός συνδυαστικού κυκλώματος μπορεί να περιγραφεί με τρεις τρόπους

2ος τρόπος: λογική συνάρτηση δηλ. λογική έκφραση που συνδέει τις εισόδους με τις εξόδους του κυκλώματος απεικονίζοντας τις λογικές πράξεις που γίνονται σ' αυτό.

Για το κύκλωμα του προηγούμενου σχήματος που έχει εισόδους A,B και C η λογική συνάρτηση είναι:

$$Q = (A \cdot B)' \cdot (A + B)' \cdot C \text{ ή αξιοποιώντας τα θεωρ. De Morgan}$$

$$= (A' + B') \cdot A' \cdot B' \cdot C \text{ ή με επιμεριστική ιδιότητα}$$

$$= A' \cdot A' \cdot B' \cdot C + B' \cdot A' \cdot B' \cdot C$$

$$= A' \cdot B' \cdot C + A' \cdot B' \cdot C$$

$$= A' \cdot B' \cdot C$$

11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Η λειτουργία ενός συνδυαστικού κυκλώματος μπορεί να περιγραφεί με τρεις τρόπους

3ος τρόπος: πίνακας αλήθειας όπου φαίνονται οι τιμές των εξόδων του κυκλώματος (εδώ της Q) για κάθε συνδυασμό των εισόδων.

Αν έχουμε μια από τις τρεις διαφορετικές περιγραφές, μπορούμε να συμπεράνουμε τη μορφή των άλλων δυο.

A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Η λειτουργία ενός συνδυαστικού κυκλώματος μπορεί να περιγραφεί με τρεις τρόπους

3ος τρόπος: πίνακας αλήθειας όπου φαίνονται οι τιμές των εξόδων του κυκλώματος (εδώ της Q) για κάθε συνδυασμό των εισόδων.

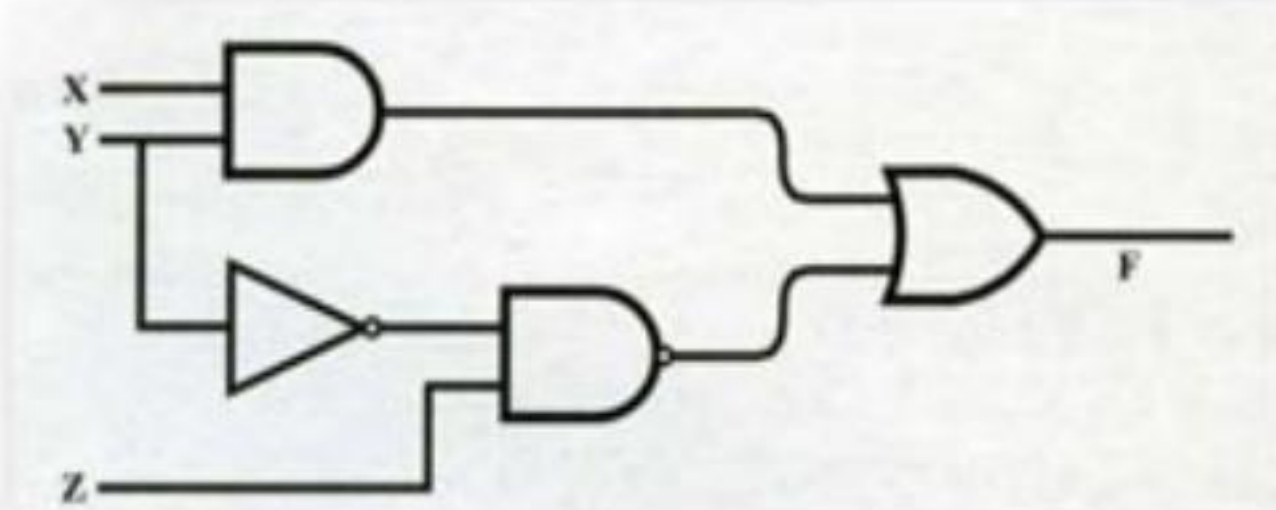
Αν έχουμε μια από τις τρεις διαφορετικές περιγραφές, μπορούμε να συμπεράνουμε τη μορφή των άλλων δυο.

A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Παράδειγμα 1:

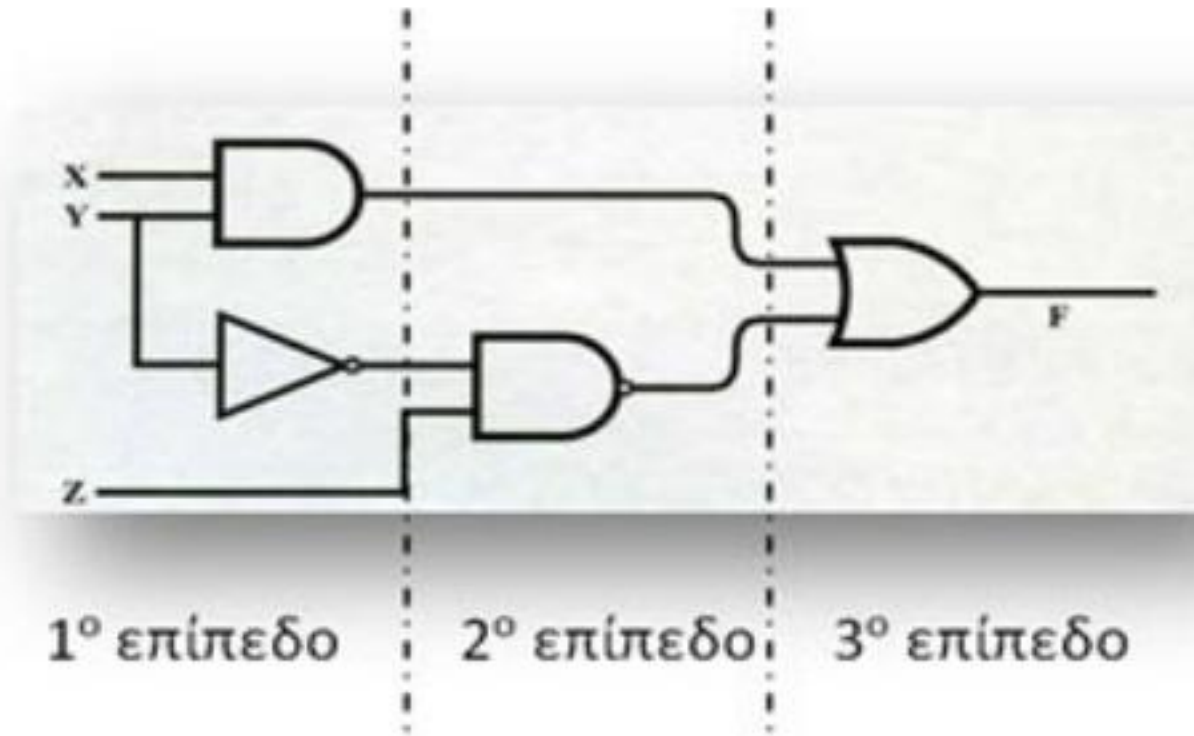
Για το ακόλουθο κύκλωμα, γράψτε τη λογική συνάρτηση που υλοποιεί και κατασκευάστε τον πίνακα αλήθειας.



11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Παράδειγμα 1:

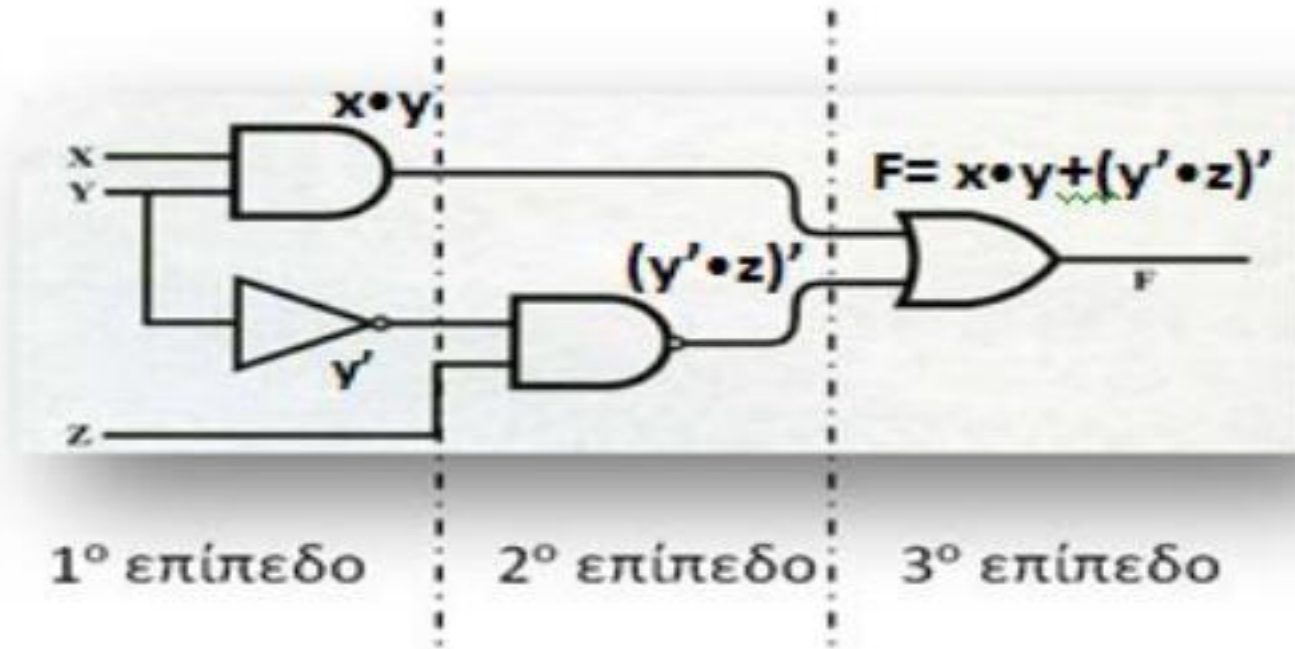
Διακρίνουμε στο σχήμα τρία «επίπεδα» πυλών:



11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Παράδειγμα 1:

Σε κάθε επίπεδο, ξεκινώντας από το 1ο αριστερά επίπεδο, εντοπίζουμε ποιες είναι οι είσοδοι των πυλών, τι πράξη κάνει η κάθε πύλη και συμπεραίνουμε ποια θα είναι η έξοδος.



11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Παράδειγμα 1:

Έχοντας τώρα τη μορφή της συνάρτησης που περιγράφει την έξοδο του κυκλώματος, μπορούμε για κάθε συνδυασμό εισόδων δηλ. για κάθε γραμμή του πίνακα αλήθειας, να υπολογίσουμε την τιμή της εξόδου.

x	y	z	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$$F = x \cdot y + (y' \cdot z)' = 0 \cdot 0 + (0' \cdot 0)' = 0 + (1 \cdot 0)' = 0 + 0' = 0 + 1 = 1$$

$$F = x \cdot y + (y' \cdot z)' = 0 \cdot 0 + (0' \cdot 1)' = 0 + (1 \cdot 1)' = 0 + 1' = 0 + 0 = 0$$

$$F = x \cdot y + (y' \cdot z)' = 0 \cdot 1 + (1' \cdot 0)' = 0 + (0 \cdot 0)' = 0 + 0' = 0 + 1 = 1$$

$$F = x \cdot y + (y' \cdot z)' = 0 \cdot 1 + (1' \cdot 1)' = 0 + (0 \cdot 1)' = 0 + 0' = 0 + 1 = 1$$

$$F = x \cdot y + (y' \cdot z)' = 1 \cdot 0 + (0' \cdot 0)' = 0 + (1 \cdot 0)' = 0 + 0' = 0 + 1 = 1$$

$$F = x \cdot y + (y' \cdot z)' = 1 \cdot 0 + (0' \cdot 1)' = 0 + (1 \cdot 1)' = 0 + 1' = 0 + 0 = 0$$

$$F = x \cdot y + (y' \cdot z)' = 1 \cdot 1 + (1' \cdot 0)' = 1 + (0 \cdot 0)' = 1 + 0' = 1 + 1 = 1$$

$$F = x \cdot y + (y' \cdot z)' = 1 \cdot 1 + (1' \cdot 1)' = 1 + (0 \cdot 1)' = 1 + 0' = 1 + 1 = 1$$

11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Παράδειγμα 2:

Θα σχεδιάσουμε κύκλωμα που συγκρίνει δυο bits από τις εισόδους του A και B και αν αυτά είναι ίσα δίνει στην έξοδο 1, αλλιώς δίνει 0.

Σχεδιάζουμε τον πίνακα αλήθειας

A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Παράδειγμα 2:

Θα σχεδιάσουμε κύκλωμα που συγκρίνει δυο bits από τις εισόδους του A και B και αν αυτά είναι ίσα δίνει στην έξοδο 1, αλλιώς δίνει 0.

Κοιτάζουμε που το αποτέλεσμα είναι 1

A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$\bar{A} \cdot \bar{B}$

+

$A \cdot B$

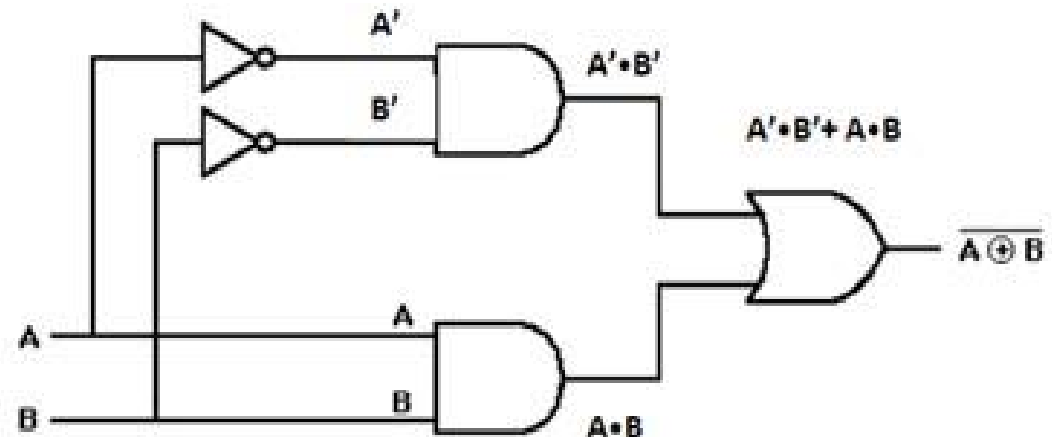
$Q = \bar{A} \cdot \bar{B} + A$

11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Παράδειγμα 2:

Θα σχεδιάσουμε κύκλωμα που συγκρίνει δυο bits από τις εισόδους του A και B και αν αυτά είναι ίσα δίνει στην έξοδο 1, αλλιώς δίνει 0.

$$Q = A' \cdot B' + A \cdot B$$



1ο επίπεδο

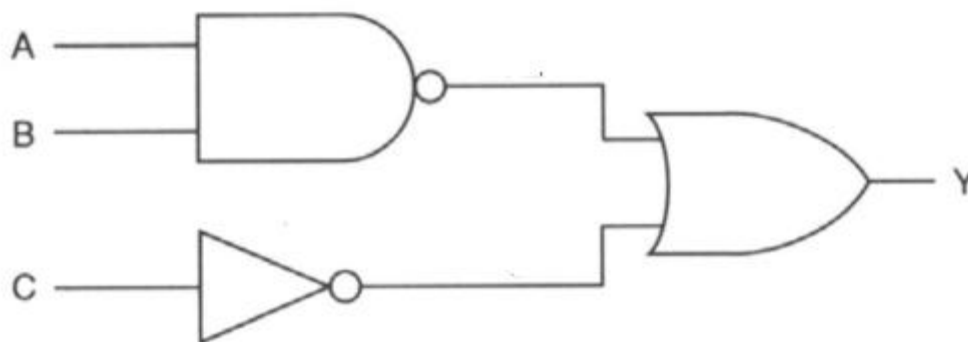
2ο επίπεδο

3ο επίπεδο

11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Άσκηση

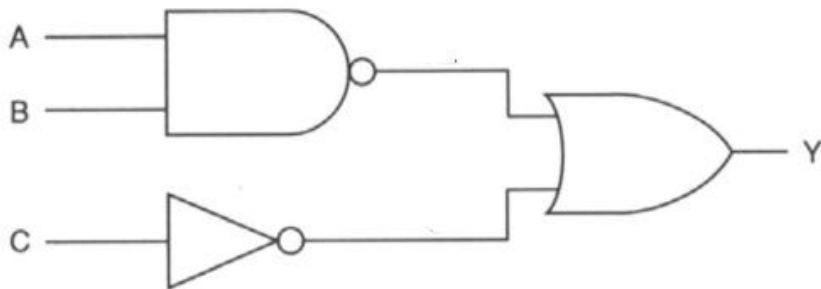
Βρείτε τη λογική συνάρτηση που υλοποιεί το κύκλωμα και κατασκευάστε τον πίνακα αλήθειας.



11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Άσκηση

Βρείτε τη λογική συνάρτηση που υλοποιεί το κύκλωμα και κατασκευάστε τον πίνακα αλήθειας.



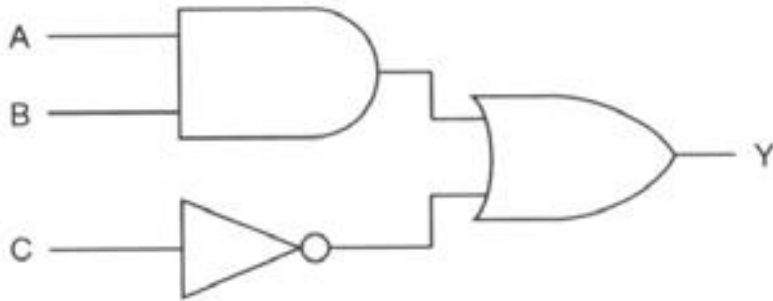
$$Y = \overline{AB} + \overline{C}$$

A	B	C	Output
0	0	0	T
0	0	1	T
0	1	0	T
0	1	1	T
1	0	0	T
1	0	1	T
1	1	0	T
1	1	1	F

11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Άσκηση

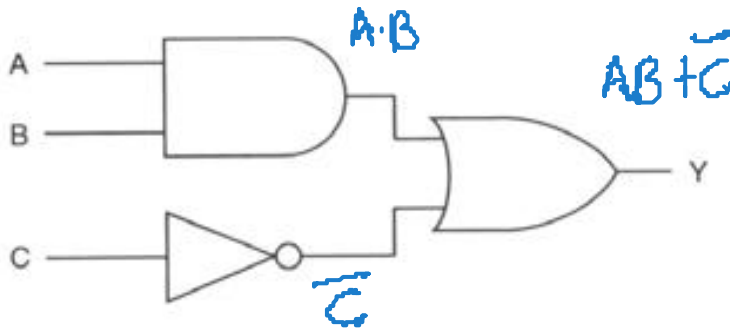
Βρείτε τη λογική συνάρτηση που υλοποιεί το κύκλωμα και κατασκευάστε τον πίνακα αλήθειας.



11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Άσκηση

Βρείτε τη λογική συνάρτηση που υλοποιεί το κύκλωμα και κατασκευάστε τον πίνακα αλήθειας.



$$Y = A B + \overline{C}$$

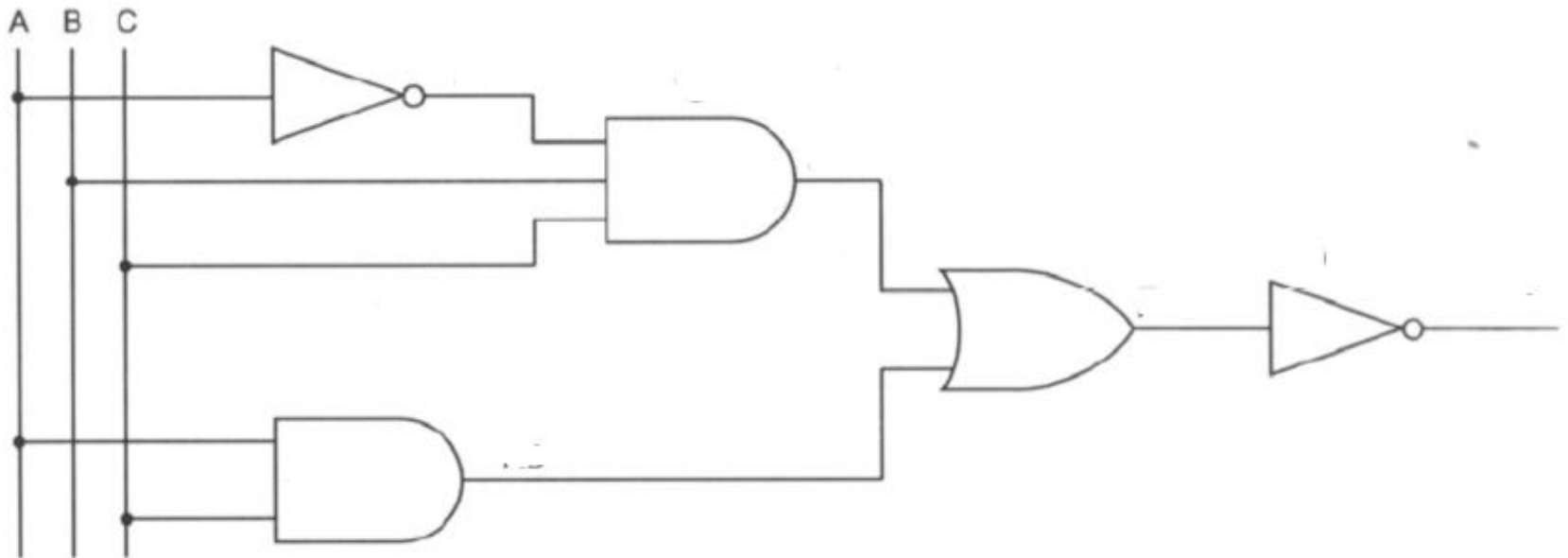
$$Y = f(A, B, C)$$

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Άσκηση

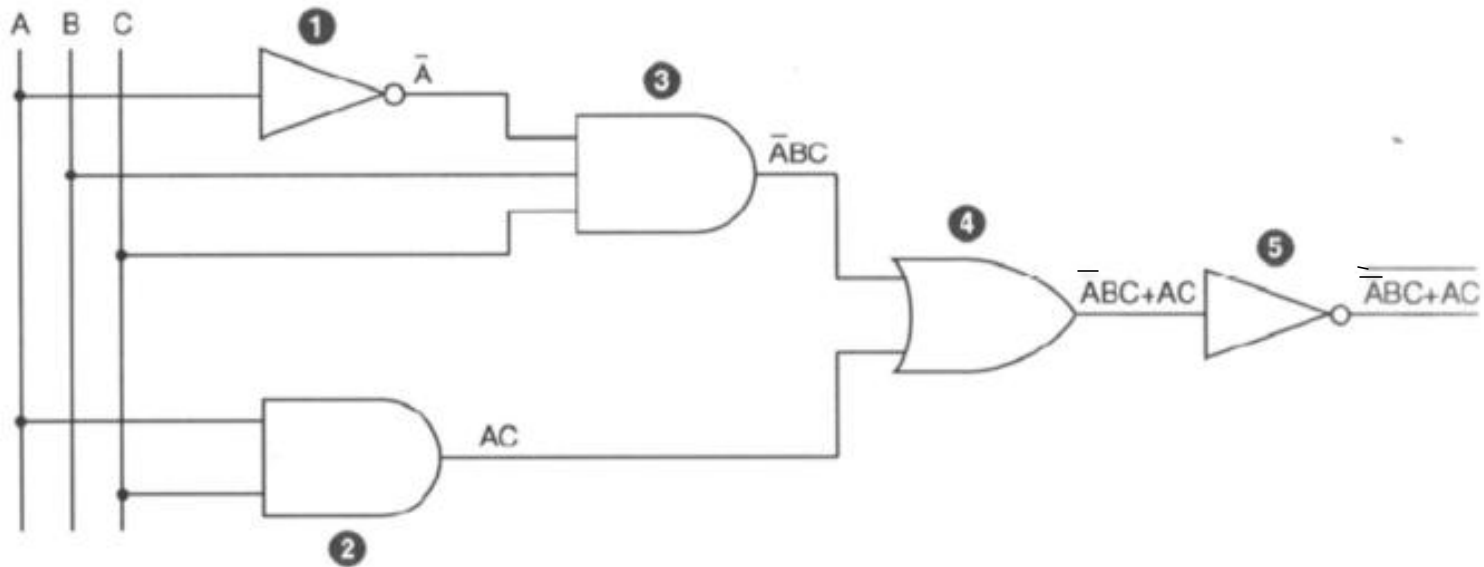
Βρείτε τη λογική συνάρτηση που υλοποιεί το κύκλωμα.



11.1 Συνδυαστικά Κυκλώματα

Άσκηση

Βρείτε τη λογική συνάρτηση που υλοποιεί το κύκλωμα.



$$Y = \overline{\bar{A}BC + AC}$$